思考力を育む数学的コミュニケーションを目指す算数授業の在り方

— 最適解を作り出す活動とアイデアの価値を判断する活動を通して —

川崎小学校 教諭 藤井 大輔

I 主題設定の理由

現行の学習指導要領解説算数編では、「表現することは知的なコミュニケーションを支え、また逆にその知的なコミュニケーションによって数学的な表現の質が高められ、相互に影響しながら算数学習が充実する。」と述べられており、算数教育の中においても、算数学習の充実に向け、コミュニケーションが重要な位置付けとなっていることが分かる。

これまでの自分の実践を振り返ると、算数の学習において話し合い場面を授業の中で設定しても、解法を知っているか早く解法に気付いた人がそうでない人に教えるというコミュニケーションがほとんどであった。それは、算数の教科の特性として、解が一つに決まる場面が多く存在するため、試行錯誤して様々な解き方や答えが生み出されにくいことが要因として考えられる。算数学習を充実させるためには、教え合いのコミュニケーションではなく、村上ら(2017)が「数学的コミュニケーションとは、数理的な事象に関わるコミュニケーションであり、また、算数数学の表現や言語を使用して個々の数学的思考を深めるコミュニケーションのことである。」と述べるような、思考力を育むコミュニケーションを子供が行える算数授業を組織していくことが必要である。

この課題を解決する方向性として、瀧ヶ平ら(2023)は、「個人思考の限界を超えたアイデア創発につながる学びの経験を蓄積することができれば、子供の中で『他者とのコミュニケーションすること』の価値が大きく高まることになる。」と述べている。つまり、算数の学習においても、単に分かっていることを教え合うのではなく、話し合う者同士が未知なる算数の学習について、対等な立場となってアイデアを出し合える環境を整備していくことで、思考力を育む数学的コミュニケーションを子供が行っていきけるのではないかと考えた。

そこで、本研究では、最適解を作り出す活動とアイデアの価値を判断する場を設定することで、目指す子供の姿の具現を図る。知識・技能を学習する場面ではなく、活用場面でこそ多様なアイデアが生まれてくると考えたため、割合学習の総まとめである第6学年「比とその利用」、かけ算学習の総まとめである第2学年「かけ算の活用」で実践を試みる。その際、全員が納得することを大切にしながら、数学的なアイデアを出し合い、全体での話し合いで根拠をもって最適解を判断する活動を組織する。このような学びを行うことで、算数数学の表現や言語を使用して個々の数学的思考を深めていく子供の姿を表出できると考え、本主題を設定した。

II 研究仮説

単元の活用場面において、対等な学び合いを生むための最適解を作り出す活動と、学びを深めるためのグループごとのアイデアの価値を判断する場を設定することで、思考力を育む数学的コミュニケーションを図っていく姿を表出できよう。

III 研究内容と方法

1 対等な学び合いを生むための最適解を作り出す活動の組織

本実践では、複数の解法がある問題をもとに、「よりよい方法」を問う課題を設定し、グループで最適解を作り出す活動を組織する。課題を設定する場面は、知識・技能を問う場面ではなく、活用場面の問題を取り入れる。その際、最適解として作り出したアイデアは、他のグループに説明することを伝えておく。よりよいアイデアを作り出そうと積極的に試行錯誤し、対等な関係で対話をしながら問題解決を図っていく子供の姿を期待する。

2 学びを深めるためのグループごとのアイデアの価値を判断する場の設定

数学的によりよいアイデアとアピールポイントをグループで検討した後に、グループごとのアイデアの価値を判断する場を設定する。全てのグループのアイデアが紹介された後に、数学的によりよいと自分が思うものに投票する。投票するために、それぞれのアイデアのよさを再吟味し、学びを深めていく子供の姿を期待する。

※上記の内容をもとに、Aグループ（A₁児、A₂児、A₃児）、Bグループ（B₁児、B₂児、B₃児、B₄児）、Cグループ（C₁児、C₂児、C₃児、C₄児）、Dグループ（D₁児、D₂児、D₃児、D₄児）を中心とした学級の追求状況から研究仮説の検証を図る。

IV 研究の実際

1 実践1（川崎小学校6年2組23名 令和5年10月実施 全7時間）

(1) グループでアイデアを決定する場面（5/7時間目）

単元の前半に、比の意味、等しい比、比を簡単にする、比例配分について学習を行った。本時では発展的な問題として、ホットケーキの素と牛乳の量はそれぞれ何g必要か（表1）を提示し、よりよい解き方を問うた。すると、「一人分を求める。」「二人分を求める。」「比の考えを使う。」と発言した。見通しをもったところで、まず5分間個人で考えた。その後、3、4人の六つのグループに分かれ、よりよい解き方を話し合う活動に入った。

表1 本時で提示した問題

4人分のホットケーキを作るのに、ホットケーキの素200gと牛乳160gを混ぜます。6人分作るには、ホットケーキの素と牛乳の量はそれぞれ何g必要ですか。

① 他のグループが出さないアイデアを作ろうとする Aグループ

A₁児は、「まず1.5倍の方法から考えよう。」と発言した。6人分が4人分の1.5倍であることから、それぞれの量を小数倍すればよいことに着目し、 $6 \div 4 = 1.5$ 、 $200 \times 1.5 = 300$ 、 $160 \times 1.5 = 240$ で、ホットケーキの素300g、牛乳240gと導き出した。その後、A₂児が「一人分を求める方法は…。」と自分の考えを発言し、一人分を求めることに着目した。 $200 \div 4 = 50$ 、 $160 \div 4 = 40$ で一人分を求め、 $50 \times 6 = 300$ 、 $40 \times 6 = 240$ と6人分を計算した。次に、A₁児、A₃児が「次は二人分。」と発言し、 $200 \div 2 = 100$ 、 $160 \div 2 = 80$ で二人分を求めた。 $100 \times 3 = 300$ 、 $80 \times 3 = 240$ とし6人分を計算した。その後、A₃児が「三人分ができる?」と発言したが、A₁児の「 $4 \div 3$ が

図1 Aグループのアイデア表面

できればいい。でも、 $200 \div 3$ ができない。じゃあ、比を使うとしたら？」の発言から、別のアイデアである比を使うことに着目した。 $200 : 160 = 300 : 240$ とワークシートに書いたが、一つ目のアイデアを考え方が同じであると話した。(図1) A₁児が、「分数にすればいけるんじゃない？」と発言し、「 $200 \div 3$ をどうにかして分数にしたい。」と悩んでいた。しばらく悩んでいると、A₂児が「 $6 \times 200/4$ ができるかもしれない。」と発言し、A₃児が「300gになるよ。」と喜んだ。A₁児は「理由は分からないけれど、とりあえず分数でやってみよう。」と提案し、A₃児と共に計算し始めた。分数倍を使うことに着目し、 $6 \times 200/4 = 300$ 、 $6 \times 160/4 = 240$ であると書いたが、式の意味を説明することはできなかった。A₁児が他の分数表記を書き始めた。 $6 \div 4 = 6/4$ とし、 $200 \times 6/4 = 300$ 、 $160 \times 6/4 = 240$ とした。(図2) A₁児、A₃児が「分数、小数、整数をやった。比もやった。もうないんじゃない？」と発言した。

図2 Aグループのアイデア裏面

六つのアイデアを出した後、数学的によりよい解き方、アピールポイントをグループで検討した。A₁児は、「分数は説明が大変そうだ。」と発言し、A₃児も賛同した。A₂児は「自分の考えがやはりいい。」と、分数倍のアイデアを主張した。3人の意見が異なり、しばらく沈黙が続いたが、A₂児が「他の班から出なかったアイデアにしよう。」という提案に、「分数倍はないと思う。」とA₁児、A₃児が賛同した。そして、数を変えても割り切れること、筆算がいらないこと、約分が簡単であること、倍を求めることができれば計算ミスが少なくなることを理由としてアピールポイントに位置付けた。このAグループの話し合いは、他のグループが思いつかない視点に着目し、分数倍は難しいが、理解できれば容易な方法であることを見だし、最適解を作り出した姿であると評価する。

② 単位量のよさに着目してアイデアを作るBグループ

B₁児が、「B₂さんが足して÷2をすと言ったけれど、別々の量を知りたいんだよね。だから分けないといけない。」と発言した。それに対して、B₂児が「一人分で求めることと、二人分で×3をすることのどちらが簡単かやってみよう。」と提案した。まず、全体量から部分量を考える比例配分を使うことに着目した。 $200 + 160 = 360$ 、 $360 \div 2 = 180$ として二人分の材料を計算し、 $180 \times 3 = 540$ と全体量を導き出した。比例配分の考えを使い、 $540 \times 5/9 = 300$ 、 $540 \times 4/9 = 240$ と6人分のホットケーキの素と牛乳の量を導き出した。B₁児は、「前にやったB₂さんのやりやすかったやり方だね。」とこれまでの学びと結び付けた。B₂児が「合わせるよりも一つ一つ考えた方が簡単じゃないの？」と発言し、全体量から一人分を求めることに着目した。 $(200 + 160) \div 4 = 90$ 、 $90 \times 6 = 540$ 、 $540 \times 5/9 = 300$ 、 $540 \times$

図3 Bグループのアイデア

4/9=240 と 6 人分のホットケーキの素と牛乳の量を導き出した。B₁ 児が「どっちの方が簡単だった？」と問いかけると、二人分を求めるアイデアに全員が賛同した。その後、B₃ 児が「じゃあ、分けて計算する？」と提案した。それに対して、B₁ 児、B₂ 児は、「絶対こっちの方が簡単。これに決めよう。」と発言した。それぞれの量を分けて、二人分を求めることに着目した。200÷2=100、160÷2=80 とし、二人分を求めた。100×3=300、80×3=240 とし 6 人分を計算した。四つ目のアイデアとして、二つ目のアイデアと同じように、それぞれの量を分けて、一人分を求めることに着目した。200÷4=50、160÷4=40 と一人分を求め、50×6=300、40×6=240 で 6 人分を計算した。(図 3)

グループで検討した結果、四つ目の一人分を求めるアイデアを選択した。B₁ 児、B₂ 児は、「一番省略できるし、分かりやすい。時間がない時に使える。比例配分のやり方はめんどくさい。時間がかかる。」と発言した。そして、奇数でも割ることができること、一人分を求めるために何人分でも求めることができること、計算が簡単にできることを理由付けた。この B グループの話し合いは、単位量のよさに着目してアイデアを練り上げ、最適解を作り出した姿であると評価する。

(2) グループごとのアイデアの価値を判断する場面 (6/7 時間目)

次の時間に、グループごとのアイデアを全体で共有した。六つあるグループそれぞれから自分たちが考えた数学的によりよい解き方、アピールポイントを説明した。A、B グループともに 5 時間目にまとめた考えを発表した。全てのグループが発表した後、どのグループの説明がよい

表 2 授業後の振り返り記述

<p>【A₁児】 分数を使うアイデアが一番よい。<u>小数を使わないので計算が間違えにくい。分母が1になって約分が一回で済むので計算が簡単になる。</u></p> <p>【B₃児】 分けて計算するアイデアが一番よい。分けて計算すると、<u>式の数が減って簡単になる。</u>一人分の量を求められれば、<u>他の数になっても答えを求めることができる。</u></p>
--

いと考えたのか、一人一人に挙手で投票させた。結果として、A グループが選択した倍を使った方法が 4 人、B グループが選択した一人分を求める方法が一人、二人分を求める方法が 8 人、比の表記を使った方法が 8 人となった。授業後に、課題に対する自分の考え、対話活動の様子を振り返り、ノートにまとめた。(表 2) A₁ 児は、他グループの計算式と自分の計算式を比較し、計算のしやすさを選択の根拠としていた。同じ意味でも見方を変えると、簡単に答えを導くことができることに気付いた。B₃ 児は、他グループとのアイデアを比較し、数値を変えても自分たちが選択した考えが使いやすいという汎用性に気付いた。この姿から、それぞれのアイデアのよさを再吟味し、数学的思考を深めることができたと評価する。

2 実践 2 (川崎小学校 2 年 1 組 25 名 令和 6 年 11 月実施 全 10 時間)

(1) グループでアイデアを決定する場面 (7/10 時間目)

単元の前半に、かけ算九九表、交換法則や数の乗法的分解、九九を超えた乗法について学習を行った。本時では発展的な問題として、黒丸の数をどのように数えるとよいのか(図 4)を提示し、よりよい解き方を問うた。すると、「かけ算とたし算の式を使う。」「かけ算だけの式で表すことができる。」「囲み方が色々ありそうだ。」と発言した。見通しをもったところで、まず 5 分間個人で考えた。その後、3、4 人の七つのグループに分かれ、よりよい解き方を話し合う活動に入った。

図 4 本時で提示した問題

① 式の種類や本数に着目してアイデアを作るCグループ

C₁がまず、「5が5個あって、 $5 \times 5 = 25$ 」と発言した。C₂も「私も同じで $5 \times 5 = 25$ でできた。」と黒丸の囲み方は違うが同じ式で計算できたことを発言した。C₃は、「1の段と3の段を使って考えた。」と別のかけ算を使って計算できたことを発言した。C₂もその発言に賛同した。C₁は、自分の描いた図を示しながら「 $5 \times 5 = 25$ 。 $3 \times 8 + 1 = 25$ 。 $9 \times 2 = 18$ 、 $18 + 7 = 25$ 。 $4 \times 6 = 24$ 、 $24 + 1 = 25$ 。」と四つの考えを説明した。C₄は、「 $5 \times 5 = 25$ 。 $4 \times 6 = 24$ 、 $24 + 1 = 25$ 。」と4の段と5の段のかけ算を使った二つの考えを説明した。C₃は、「 $4 \times 4 = 16$ 、 $16 + 9$ で25。 $3 \times 2 + 5 \times 2 + 7 + 1 \times 2 = 25$ 。」と二つの考えを説明した。その考えに対して、C₄は、「それはめんどくさい。」と指摘した。C₃は、「 $9 \times 2 = 18$ 、 $18 + 7 = 25$ 。 $3 \times 4 = 12$ 、 $1 \times 4 = 4$ 、 $12 + 4 = 16$ 、 $16 + 9 = 25$ 。」と続けた。すると、C₁は「C₃の考えは少し複雑じゃない。」と式の本数の多さを指摘した。一人一人の発表が終わった後、自分はどのアイデアがよいのか話し始めた。C₂は、「私は、 $3 \times 8 + 1 = 25$ の式がいい。」と発言した。C₃は、「 $5 \times 5 = 25$ がいい。これは、何か形がきれい。だいたい形がぴったり。」と黒丸の囲み方に着目した。C₁、C₄もその発言に賛同した。(図5)

図5 Cグループの主なアイデア

グループで検討した結果、 $5 \times 5 = 25$ で黒丸の数を求めるアイデア(図6)を選択した。かけ算だけを使って黒丸の数を数えていること、式の本数が少なくなること、5の段が使いやすいことを理由付けた。このCグループ話し合いは、計算の種類、式の本数、使いやすい九九に着目してアイデアを練り上げ、最適解を作り出した姿であると評価する。

図6 Cグループが選択したアイデア

② 黒丸の囲み方に着目してアイデアを作るDグループ

D₁がまず、「4、3、4、3と交互に計算したらどう？」と発言した。その話を聞いたD₃が、「7、7、7、1。 $7 \times 3 + 1 = 25$ 。」と発言した。D₁が「4、3、4、3と交互に計算していく。全部の数が分からないから、1回数えよう。」と発言した。D₂が、「25個あるから、やっぱり5の段が使える。」と発言した。D₁が、「 $4 \times 4 + 3 \times 3 = 25$ 。」と導き出した。その後、D₃が、「 $5 \times 2 = 10$ 、 $4 \times 2 = 8$ 、最後に真ん中の7を合わせて25。」と自分の描いた図を示しながら、D₂に説明した。D₃のアイデアに興味をもったD₁が「D₃くん、もう1回見せて。」と聞き、「それは細かすぎると思う。かけ算とたし算が多い。」と式の本数

の多さを指摘した。D₃もその意見に賛同した。D₄が「 $9 \times 2 + 7 = 25$ 。」と発言した。D₃も「思いついた。 $7 \times 3 = 21$ 、 $21 + 4 = 25$ 。きのこの形をしている。」と囲み方に着目した発言をした。D₂が、「 $3 \times 8 = 24$ 、最後に1を足して25。」と同じ数のまとまりに着目した発言をした。それを聞いたD₄は、「これはいい。でも、1回全部考えてから決めない？」と提案した。「式が同じで囲み方が違うのはどうするの？」と疑問を発言した。D₁は、「式の数も少ないし、斜めに見るのが分かりやすい。」と $4 \times 4 + 3 \times 3$ の式を選んだ。D₂は、「かけ算の式だけで計算できた。」と $5 \times 5 = 25$ の式を選んだ。しかし、D₁は、「見た目が難しいかもしれない。」と囲み方の分かりにくさを指摘した。D₂は、「 $5 \times 5 = 25$ の囲み方はいっぱいある。」と反論した。D₁が「D₃はどう思う？」と意見を求めると、D₃は迷っている様子で決めることができなかった。D₁は、「かけ算とたし算でできる方がよい。3、4の段を使うと、計算が苦手な人もできる。数え方が簡単。すぐにできる。」とは発言した。さらには、「かけられる数が9を超えていない。かけ算九九を使っている計算がいい。」と続けた。

(図7)

図7 Dグループの主なアイデア

グループで検討した結果、 $9 \times 2 + 7 = 25$ で黒丸の数を求めるアイデア(図8)を選択した。かけ算とたし算と使って黒丸の数を数えていること、かけ算九九を使っていること、囲み方が簡単であることを理由付けた。このDグループ話し合いは、計算の種類、使いやすい九九、囲み方に着目してアイデアを練り上げ、最適解を作り出した姿であると評価する。

図8 Dグループが選択したアイデア

(2) グループごとのアイデアの価値を判断する場面(8/10時間目)

次の時間に、グループごとのアイデアを全体で共有した。七つあるグループそれぞれから自分たちが考えた数学的によりよい解き方、アピールポイントを説明した。C、Dグループともに7時間目にまとめた考えを発表した。全てのグループが発表した後、どのグループの説明がよいと考えたのか、一人一人に挙手で投票させた。結果として、Cグループが選択したアイデアが12人、Dグループが選択したアイデアが一人、 $5 + 20 = 25$ とするアイデアが5人、 $6 \times 3 + 7 = 25$ とするアイデアが一人、 $4 \times 4 + 3 \times 3 = 25$ とするアイデアが5人となった。授業後に、課題に対する自分の考え、対話活動の様子を振り返り、ノートにまとめた。(表3) C₃児は、他グループとのアイデアを比較し、式の本数と囲み方の分かりやすさ

を選択の根拠としていた。まとまりが多いと計算が分かりにくくなるという同じグループ内の仲間からの指摘から、自分たちが選択したアイデアが使いやすいと考えた。D₁児は、他グループとのアイデアを比較し、式の本数と同じ形での囲み方を選択の根拠としていた。まとまりをどのように見るかによって、簡単に答えを導くことができることに気付いた。このような姿から、それぞれのアイデアのよさを再吟味し、数学的思考を深めることができたと評価する。

表3 授業後の振り返り記述

<p>【C₃児】 5×5=25のアイデアがよい。式が1本でやりやすい。囲み方が分かりやすい。まとまりが多いと数えにくいので、まとまりの数が少ない方がよい。</p> <p>【D₁児】 5×5=25のアイデアがよい。黒丸の数が全て5個ずつになっていて、全て十字架の形になっている。自分たちにはない発想だった。</p>
--

V 成果と課題

成果として、以下の2点が挙げられる。

- 1 どの解法が適当なのか不明確な状況で自分たちの最適解を作り出す活動を取り入れることは、それぞれの解法のよさを互いに伝え合い、相手の意見を受け入れながら、対等な関係で思考力を育む数学的コミュニケーションを図っていく上で有効である。
- 2 それぞれのグループのよりよいアイデアについて共有した後に、グループごとのアイデアの価値を判断する場を設定することは、それぞれのアイデアのよさを再吟味することを促し、数学的思考を深めていく上で有効である。

表4は、実践1のA、Bグループ、実践2のC、Dグループにおける発話回数と割合である。グループの話し合いにおいて、ほぼ均等に話していることが分かる。一部の児童が一方的に話をするのではなく、グループの児童全員が、自分の考えをどんどん出していき姿が見られた。この結果から、対等な話し合いが成立したと評価する。本実践を通して、対等な学び合いを生むための最適解を作り出す活動と、学びを深めるためのグループごとのアイデアの価値を判断する場の設定することで、算数数学の表現や言語を使用して、個々の数学的思考を深めていく子供の姿を表出させることにつながった。

本実践は、単元の活用場面に限定されたものである。他の場面においても、多様な数学的なアイデアを他者と協働的に検討することが、思考力を育む数学的コミュニケーションを図る子供の姿を表出させるために有効であるのかを検証することが今後の課題である。

表4 グループ内での発話回数・割合

実践	児童	発話回数※	発話割合
実践1 (30分間)	A ₁	33回	42.9%
	A ₂	27回	35.1%
	A ₃	17回	22.1%
	B ₁	35回	36.1%
	B ₂	27回	27.8%
	B ₃	21回	21.6%
	B ₄	14回	14.4%
実践2 (30分間)	C ₁	13回	28.9%
	C ₂	10回	22.2%
	C ₃	11回	24.4%
	C ₄	11回	24.4%
	D ₁	25回	32.0%
	D ₂	22回	28.2%
	D ₃	13回	16.7%
D ₄	18回	23.1%	

※算数の学習に関わる内容を話した回数を発話回数とした。

〈 引用・参考文献 〉

- 文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』日本文教出版 2017
- 筑波大学附属小学校算数研究部『算数授業研究 No. 148』東洋館出版社 2023
- 村上兼人・橋本忠和『数学的コミュニケーションの定義と意義に関する基礎的研究』北海道教育大学紀要 2017 第67巻 第2号